

MATERIAL DOCENTE INSTITUCION UNIVERSITARIA COLEGIO MAYOR DEL CAUCA

Proceso: Planeación Académica

Código
600.R.06

Versión
02

Emisión
20-04-2022

Página
1 de 13

Ejercicios de Matemáticas

Taller de Repaso – 29/11/2022

Autor(es):

Ervin Andrade Hoyos
Docente ocasional tiempo completo

Resumen:

La estructura de estos ejercicios de permitirá disfrutar, practicar y asentar las bases de este campo de las Matemáticas, nivelando, aprendiendo y repasando temas del Algebra básicos e importantes para futuros estudios y aplicaciones.

Palabras clave:

Algebra, Fracciones, Funciones, lineal, cuadrática, ecuaciones.

Descripción:

Los ejercicios matemáticos presentes en el documento desarrollan habilidades de estudio que ayudan a afianzar la comprensión del algebra, practicando temas como las expresiones algebraicas y polinomios, factorización, ecuaciones lineales y cuadráticas, así como las funciones y su respectiva aplicación a la administración y economía.

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y DE LA ADMINISTRACIÓN

Tecnología Gestión Empresarial

Institución Universitaria Colegio Mayor del Cauca.

Referencie este documento así:

Andrade, Ervin. (2022). Ejercicios de matemáticas [Taller de repaso]. Institución Universitaria Colegio Mayor del Cauca.





Ejercicios de Matemáticas Básicas

1. Expresiones algebraicas (suma, resta, multiplicación y división).

Efectuar las operaciones indicadas en cada caso.

- $-2x + 3y + 5x^2 - 4x^2 - 3y$
- $-3y + 4x + 2x^4 - 4x^4$
- $-3ab(a^2 - 5ab - b^2)$
- $(3x + 4)(4x^2 + x - 3) - 8x^2$
- $3x\{x - y[(2x + 2) - (x - y)]\}$
- $-9(3x + 4) - 6(4x^3 + x - 3) - 9x^3$
- $(2x - 4)(2x^4 + x + 5) - (5x^4 - x^2 - 2)$
- $x[y - (x + y) + 2]$
- $[4x^4 + 6xy + 9y^4](3x - 3y) - 12x^5 - 18y^5$
- $z^5 - 2z^4 - 3z^3 + 6z^2 + 2z - 4 \div z^2 - 2$
- $x^5 - 3x^2 - 1 \div x^2 - 1$
- $y^6 - 3y^4 + 3y^3 + 2 \div y^3 - y + 1$

Escribir en el paréntesis (V) verdadero o (F) falso, según el enunciado.

- Dos términos con coeficientes diferentes pueden ser semejantes. ()
- El coeficiente siempre es un número. ()
- Los términos semejantes se pueden sumar y/o restar. ()
- Se multiplica solo cuando los términos son semejantes. ()
- En matemáticas, las letras representan cualquier número. ()
- Los términos $abc^2 - 5abc^2$ son semejantes. ()
- Para sumar polinomios reunimos términos semejantes. ()
- La división de expresiones algebraicas termina cuando el residuo es 0 o cuando el exponente del residuo es menor que el exponente del divisor. ()

Comprobar la siguiente igualdad:

$$[x - y + z][x - y - z] - [(x - y)^2] = 2z^2$$

2. Productos notables.

Factoriza utilizando el binomio elevado al cuadrado y elevado al cubo.

- $(x - 2)^2$
- $(x + 4)^2$
- $(2x - 1)^2$
- $(x + 2y)^2$



- $(2a + 4b)^2$
- $(x^2 - 5)^2$
- $(2a^3 + 5b^3)^2$
- $(2x - 1)^3$
- $(x + 2y)^3$
- $(2a + 4b)^3$
- $(x^2 - 5)^3$
- $(2a^3 + 5b^3)^3$

Factoriza utilizando el producto notable suma por diferencia.

- $(a + 1)(a - 1)$
- $(2a + 1)(2a - 1)$
- $(x + 3y)(x - 3y)$
- $(5y - 2z)(5y + 2z)$

Factoriza utilizando el producto notable binomio elevado al cuadrado.

- $x^2 - 4x + 4$
- $x^2 + 12x + 36$
- $x^2 + 8x + 16$
- $9x^2 - 6x + 1$

3. Factorización

Factor común.

- $15m^2n + 30mn$
- $55m^2n^3x + 110m^2n^3x^2 - 220m^2y^3 =$
- $93m^3x^2y - 62m^2x^3y^2 - 124m^2x =$
- $x - x^2 + x^3 - x^4 =$
- $(m - 2)(m - 4) + (m - 2)(m + 4) =$
- $a(b - 2) + m(b - 2) =$
- $r(c - 2) - c + 2 =$
- $ab(v - 6) - x(v - 6) =$
- $(p + q - r)(s - 5) - (q - r - p)(s - 5) =$

Factor común por agrupación de términos.

- $6ax + 3a^2 - 4bx - 2ab$
- $6a^2x + 4ab + 2a - 3abx - 2b^2 - b$
- $m^2 + mn + mx + nx$
- $3x^3 - 1 - x^2 + 3x$



- $ax - bx + ay - by$
- $2y^3 - 6ay^2 - y + 3a$
- $am - 2bm - 3an + 6bn$
- $4a^2x - 5a^2y + 15by - 12bx$

Diferencia de cuadrados

- $x^2 - 1 =$
- $16m^6 - 36 =$
- $169 - m^{12} =$
- $a^2 - 169 =$
- $(m + 1)^2 - 36$
- $(m - n)^4 - (m + n)^6 =$
- $\frac{n^6}{49} - \frac{1}{121} =$

Diferencia y suma de cubos.

- $a^3 + 8 =$
- $(a + 1)^3 - 1 =$
- $m^6 - 125 =$
- $z^3 + 27 =$
- $(z + 5)^3 - (p + 6)^3 =$
- $p^3 - 64 =$
- $125 + 512a^3 =$

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ con $a \neq 1$

- $x^2 + 8x + 12 =$
- $x^2 + 9x + 20 =$
- $x^2 + 18 + 11x =$
- $x^2 + 40 - 13x =$
- $x^2 - 5x + 6 =$

Trinomio cuadrado perfecto.

- $4x^2 + 12x + 9$
- $9m^2 + 12mn + 4n^2 =$



- $(x^4 + 4x^2 + 4) - x^2$
- $16m^4 - 25m^2n^2 + 9n^4$
- $X^8 + 3X^4 + 4$

Trinomio de la forma $Ax^2 + bx + c$ con $a = 1$

- $2x^2 + 3x + 1 =$
- $4x^2 + 13x + 3 =$
- $3x^2 + 14x + 8 =$
- $3x^2 - 4x + 1 =$
- $3x^2 - 5x + 2 =$

4. Fracciones algebraicas (simplificación, suma, resta, multiplicación y división)

a) $\frac{1}{3x} + \frac{3}{2x} - \frac{1}{x}$ b) $\frac{2}{3x} - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{2x^2}$ c) $\frac{3}{x} - \frac{x}{x-1}$ d) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$

e) $\left(\frac{4}{x} - x \right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \right)$

f) $\frac{x+2}{(x+2)^2} \cdot \frac{x^2-4}{x}$

g) $\left[\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x+1} \right) : \left(x - \frac{1}{x+1} \right) \right] \cdot x$

h) $\frac{x^2}{2} \cdot \left(\frac{2}{x} : \frac{1}{x+2} \right)$

i) $\left(\frac{3}{x^2} + \frac{x+2}{x} - \frac{x+1}{x-2} \right) \cdot 2x^2$

j) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} - \frac{x-1}{x^2-4x+3}$

k) $\frac{1}{x+2} + \frac{3}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x-2}$

l) $\frac{x}{x^2-x-2} - \frac{3}{x+1} - \frac{x-1}{x^2-3x+2}$

m) $\frac{x}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} - \frac{x+2}{x^2+x-2}$

n) $\frac{\frac{9+6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{3x^2-x^3}{3x^2+x^3}}{\frac{2x-4}{3/4 + 2/8} : \frac{2x^2-8x+8}{x-2}}$



$$\text{ñ)} \frac{x^2+6x+5}{x^2-5x+4} \cdot \frac{x-2}{x^2-4} + \frac{x^3-2x}{x^2-4x}$$

$$\text{o)} \frac{\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{4x^2-4x}{x+1}}{\frac{2x^2+14x+20}{x^3-50+2x^2-25x}} : \frac{x-5}{2x^3-20x^2+50x}$$

$$\text{p)} \frac{\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} \cdot \frac{2x^2-8x-10}{x-1}}{\frac{2x+2}{x^2+x-2}} : \frac{x+1}{x^3-4x^2-7x+10}$$

$$\text{e)} \frac{\left(\frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-9} \cdot \frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2} \right) : \frac{x^2+x-2}{x^2+4x+4}}{\frac{2x^2-2x}{3x^2+3x-6} - \frac{3x^2+12x+12}{2x}}$$

$$\text{f)} \frac{1 + \frac{x-3}{x+3}}{\frac{3-x}{3x}} - \frac{\frac{x+3}{x} - \frac{x+3}{3}}{\frac{x+3}{x-3} - 1}$$

$$\text{g)} \left(\frac{x^3+x^2-6x}{x^2+x} - \frac{x^2-9}{x^3+6x^2+9x} \right) : \frac{x^2-5x+6}{x^2+x}$$

$$\text{h)} \frac{1 + \frac{x}{y}}{\frac{x^2-y^2}{xy-y^2}}$$

$$\text{i)} \frac{\frac{a^2-1}{a^2+1} - \frac{a^2+1}{a^2-1}}{\frac{a-1}{a+1} - \frac{a+1}{a-1}} : \left(\frac{a^2+1}{a} - \frac{a^2-2a+1}{(a-1)^2} \right)$$

$$\text{j)} \frac{1 + \frac{a+b}{a-b}}{1 - \frac{a+b}{a-b}}$$

5. Funciones

Función lineal

Determinar la ecuación de la recta de los siguientes puntos.

- (2, 1) y (5, 7)
- (5, -2) y (1, -6)
- (2, -1) y (4, -1)
- (3, 5) y (-1, 5)
- (-3, 2) y (-3, 4)
- (1, 2) y (1, 5)

Encuentre la ecuación de las líneas rectas que satisfacen las condiciones de cada uno de los siguientes ejercicios.

Dibuje la gráfica en cada caso.



- Pasa a través del punto (2, 1) y tiene pendiente 5
- Pasa por (1, -2) con pendiente -3
- Pasa a través del punto (3, 4) y tiene pendiente cero
- Pasa por (2, -3) y no tiene pendiente
- Pasa a través de los puntos (3, -1) y (4, 5)
- Pasa por (2, 1) y (3, 4)
- Pasa a través de los puntos (3, -2) y (3, 7)
- Tiene pendiente -2 y ordenada al origen 5
- Tiene pendiente -1/3 y ordenada al origen -4
- Tiene pendiente 3 y ordenada al origen 0
- Pasa por (2, -1) y es paralela a la recta $3x + y - 2 = 0$
- Pasa por (1, 3) y es paralela a la recta $2x - y + 3 = 0$
- Pasa por (2, 1) y es perpendicular a la recta $x + y = 0$
- Pasa por (-1, 2) y es perpendicular a la recta $2x - 3y + 4 = 0$

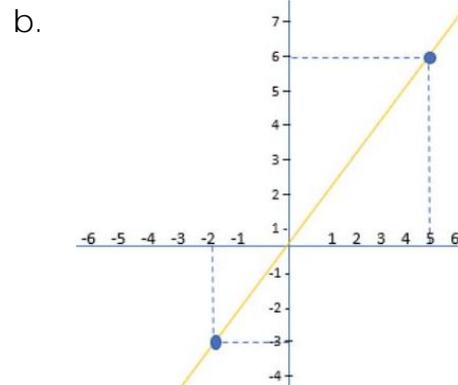
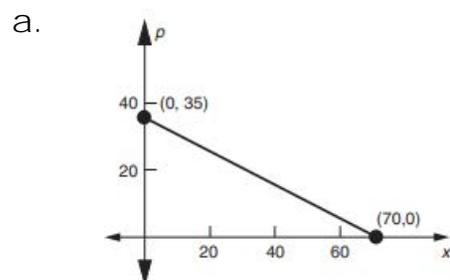
Determine la pendiente y la ordenada al origen de cada una de las relaciones lineales siguientes.

- $3x - 2y = 6$
- $4x + 5y = 20$
- $y - 2x + 3 = 0$
- $2y - 3 = 0$
- $3x + 4 = 0$

Hallar la ecuación de la recta de las siguientes imágenes:

¿Cuál es la pendiente de la recta?

¿Cuál es el punto de corte con el eje 'y', es decir cuál es el valor de 'b'?





Función lineal – Modelo de costo lineal.

- (Modelo de costo lineal) El costo variable de procesar un kilo de granos de café es de \$50 y los costos fijos por día son de \$300.
 - a) Dé la ecuación de costo lineal y dibuje su gráfica.
 - b) Determine el costo de procesar 1000 kilos de granos de café en un día

- (Modelo de costos) El costo de fabricar 10 máquinas de escribir al día es de \$350, mientras que cuesta \$600 producir 20 máquinas del mismo tipo al día. Suponiendo un modelo de costo lineal, determine la relación entre el costo total 'y' de producir x máquinas de escribir al día y dibuje su gráfica.

- (Modelo de costo lineal) El costo variable de fabricar una mesa es de \$7 y los costos fijos son de \$150 al día. Determine el costo total 'y' de fabricar x mesas al día. ¿Cuál es el costo de fabricar 100 mesas al día?

- (Modelo de costo lineal) A una compañía le cuesta \$75 producir 10 unidades de cierto artículo al día y \$120 producir 25 unidades del mismo artículo al día.
 - a) Determine la ecuación de costos, suponiendo que sea lineal.
 - b) ¿Cuál es el costo de producir 20 artículos al día?
 - c) ¿Cuál es el costo variable y el costo fijo por artículo

- Una industria fabrica artículos a un costo variable de 6 dólares por unidad y el costo fijo de 80.000 dólares. Donde cada artículo tiene un precio de 10 dólares.
 - a. Determine la función de utilidad.
 - b. ¿Cuál es la utilidad de la empresa si se venden 25.000 unidades?
 - c. Determine el número de unidades que debe venderse para obtener una utilidad de 60.000 dólares al año.

- Una empresa fabrica lapiceros a un costo de producción por unidad de 6 dólares y además tiene costos fijos de 3000 dólares. Donde cada lapicero tiene un precio de 12 dólares la unidad.
 - a. Determinar el punto de equilibrio.



- (Análisis del punto de equilibrio) Para un fabricante de relojes, el costo de mano de obra y de los materiales por reloj es de \$15 y los costos fijos son de \$2000 al día. Si vende cada reloj a \$20, ¿cuántos relojes deberá producir y vender cada día con objeto de garantizar que el negocio se mantenga en el punto de equilibrio?

Función lineal – oferta y demanda.

- (Demanda) Un comerciante puede vender 20 rasuradoras eléctricas al día al precio de \$25 cada una, pero puede vender 30 si les fija un precio de \$20 a cada rasuradora eléctrica. Determine la ecuación de demanda, suponiendo que es lineal.
- (Ecuación de la oferta) A un precio de \$2.50 por unidad, una empresa ofrecerá 8000 camisetas al mes; a \$4 cada unidad, la misma empresa producirá 14,000 camisetas al mes. Determine la ecuación de la oferta, suponiendo que es lineal.
- (Relación de la demanda) Un fabricante de herramientas puede vender 3000 martillos al mes a \$2 cada uno, mientras que sólo pueden venderse 2000 martillos a \$2.75 cada uno. Determine la ley de demanda, suponiendo que es lineal.

6. Sistemas de ecuaciones lineales

Encontrar los valores de **'x'** y **'y'** utilizando el método de eliminación, igualación y sustitución.

- $x - y = 1$ y $2x + 3y + 8 = 0$
- $2x - 3y = 1$ y $5x + 4y = 14$
- $2p - q = 3$ y $p = 5 - 3q$
- $3x + 5t = 12$ y $4x - 3t = -13$

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.



$$\begin{aligned}x + y + z &= 6 \\ \text{➤ } 2x - y + 3z &= 9 \\ -x + 2y + z &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x + 2y - z &= -3 \\ \text{➤ } \quad + 3y + 4z &= 5 \\ 2x - y + 3z &= 9\end{aligned}$$

- (Asignación de máquinas) Una empresa fabrica dos productos, A y B. Cada producto tiene que ser procesado por dos máquinas, I y II. Cada unidad del tipo A requiere 1 hora de procesamiento de la máquina I y 1.5 horas por la máquina II y cada unidad del tipo B requiere de 3 horas en la máquina I y 2 horas en la máquina II. Si la máquina I está disponible 300 horas al mes y la máquina II 350 horas, ¿cuántas unidades de cada tipo podrá fabricar al mes si utiliza el tiempo total que dispone en las dos máquinas?
- (Decisiones de adquisición) Una compañía trata de adquirir y almacenar dos tipos de artículos, X y Y. Cada artículo X cuesta \$3 y cada artículo Y cuesta \$2.50. Cada artículo X ocupa 2 pies cuadrados del espacio del piso y cada artículo Y ocupa un espacio de 1 pie cuadrado del piso. ¿Cuántas unidades de cada tipo pueden adquirirse y almacenarse si se dispone de \$400 para la adquisición y 240 pies cuadrados de espacio para almacenar estos artículos.
- (Plantilla de personal) Cierta compañía emplea 53 personas en dos sucursales. De esta gente, 21 son universitarios graduados. Si una tercera parte de las personas que laboran en la primera sucursal; y tres séptimos de los que se encuentran en la segunda sucursal, son universitarios graduados, ¿cuántos empleados tiene cada oficina?
- (Inversiones) Una persona invierte un total de \$25,000 en tres diferentes inversiones al 8, 10 y 12%. Los intereses totales al cabo de



un año fueron de \$2440 y los intereses por las inversiones al 8 y 12% fueron iguales. ¿Cuánto invirtió a cada tasa?

- Determine el precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio de las leyes de la oferta y la demanda siguientes

$$D: p = 25 - 2x \quad (1)$$

$$S: p = 3x + 5 \quad (2)$$

Función cuadrática

Determine los vértices de las siguientes parábolas:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| ➤ $y = 2x^2 - 3$ | ➤ $y = -1 - x^2$ |
| ➤ $y = x^2 + 2x + 2$ | ➤ $y = x^2 - 3x - 3$ |
| ➤ $y = 2 - x - 2x^2$ | ➤ $y = -2x - x^2$ |

Grafique las siguientes parábolas y determine sus vértices.

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| ➤ $y = 2x^2 + 3x - 1$ | ➤ $y = 4x - x^2$ |
| ➤ $y = 3 - x - 3x^2$ | ➤ $y = 4x^2 + 16x + 4$ |

Determine el valor mínimo o máximo, según el caso, de las funciones siguientes.

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| ➤ $f(x) = x^2 - 3x$ | ➤ $f(x) = 2x - 5x^2$ |
| ➤ $f(x) = 1 - x - x^2$ | ➤ $f(x) = 3x^2 + x - 1$ |

Aplicaciones de la función cuadrática

15. (Ingreso máximo) El ingreso mensual por concepto de la venta de x unidades de cierto artículo está dado por $R(x) = 12x - 0.01x^2$ dólares. Determine el número de unidades que deben venderse cada mes con el propósito de maximizar el ingreso. ¿Cuál es el correspondiente ingreso máximo?



16. (Utilidad máxima) La utilidad $P(x)$ obtenida por fabricar y vender x unidades de cierto producto está dada por

$$P(x) = 60x - x^2$$

Determine el número de unidades que deben producirse y venderse con el objetivo de maximizar la utilidad. ¿Cuál es esta utilidad máxima?

17. (Fijación del precio de un libro) Si un editor fija el precio de un libro en \$20 cada uno, venderá 10,000 ejemplares. Por cada dólar de incremento en el precio, las ventas bajan en 400 copias. ¿Qué precio debería fijar a cada libro de modo que el ingreso sea máximo? ¿Cuál es el valor de este ingreso máximo?

18. (Costo mínimo) El costo promedio por unidad (en dólares) al producir x unidades de cierto artículo es $C(x) = 20 - 0.06x + 0.0002x^2$. ¿Qué número de unidades producidas minimizarían el costo promedio? ¿Cuál es el correspondiente costo mínimo por unidad?

19. (Decisiones sobre fijación de alquileres) Bienes raíces orientales ha construido una nueva unidad de 40 departamentos para rentar. Se sabe por las investigaciones de mercado que si asigna una renta de \$150 al mes, se ocuparán todos los departamentos. Por cada incremento de \$5 en la renta, un departamento quedará vacío. ¿Qué renta mensual deberá asignar a cada departamento de modo que obtenga ingresos por rentas mensuales máximos? Calcule este ingreso máximo.

20. (Decisiones sobre fijación de precios) La demanda del mercado de cierto producto es de x unidades cuando el precio fijado al consumidor es de p dólares, en donde

$$15p + 2x = 720$$

El costo (en dólares) de producir x unidades está dado por $C(x) = 200 + 6x$. ¿Qué precio p por unidad deberá fijarse al consumidor con objeto de que la utilidad sea máxima?

21. (Agricultura) Si las plantas de arroz se siembran con una densidad de x plantas por pie cuadrado, la producción de arroz en cierta plantación es de $x(10 - 0.5x)$ bushels por acre. ¿Qué valor de x maximiza la producción por acre?



Bibliografía

Angel, A. R. (2000). *Algebra Intermedia*. Mexico: Prentice-Hall.

Arya, J. C., & Lardner, R. W. (2009). *Matemáticas aplicadas a la Administración y a la Economía*. Mexico: Pearson Educación.

Harshbarger, R. J., & Reynolds, J. J. (2005). *Matemáticas Aplicadas a la Administración, economía y ciencias sociales*. Mexico: McGraw-Hill Interamericana.